

MATEMÁTICAS II

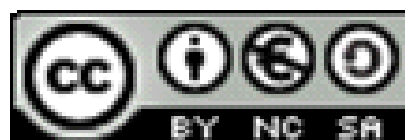
PAU 2025

Comunidad autónoma de
CASTILLA LA MANCHA



www.apuntesmareaverde.org.es

Autor: Luis Carlos Vidal Del Campo





PRUEBA ACCESO A LA UNIVERSIDAD (PAU)
FASE GENERAL
CURSO: 2024 – 2025
MATERIA: MATEMÁTICAS II

CONVOCATORIA:
ORDINARIA DE JUNIO

INSTRUCCIONES GENERALES Y CALIFICACIÓN

Instrucciones: El estudiante deberá resolver los cuatro ejercicios propuestos. En los **ejercicios 2, 3 y 4** deberá contestar solamente a **UNO** de los dos apartados propuestos. Si resuelve más, se corregirá solo el primero de los dos apartados resueltos. Los ejercicios deben redactarse con claridad, detalladamente y razonando las respuestas. Solo se permite el uso de calculadores de tipo 1 y 2 (tal y como se indica en la información de las pruebas). Cada ejercicio completo puntuará 2,5 puntos. Duración de la prueba: 90 minutos.

EJERCICIO 1. La concentración de virus activos en una muestra de sangre (en un tiempo t desde que se tomó la muestra) se puede modelizar como una función $f(t) = 5(t + 1)e^{-t}$, con $t \geq 0$.

- a) [1,25 puntos]** La pendiente de la recta tangente a la gráfica de $f(t)$ mide cómo cambia la concentración de virus activos. Calcula el tiempo en el que este cambio toma el valor más pequeño posible, es decir, el tiempo t en el que el valor de la derivada de $f(t)$ es mínimo.
- b) [1,25 puntos]** ¿Cuál sería el valor de la concentración de virus a largo plazo? Es decir, el límite cuando el tiempo tiende a infinito: $\lim_{t \rightarrow \infty} f(t)$

EJERCICIO 2. Elige y resuelve **solo uno** de los dos apartados siguientes:

Apartado a) Sean las rectas: $r_1 \equiv \frac{x+2}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+1}{1}$ y $r_2 \equiv \frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{-1}$

a.1) [1,25 puntos] Determina la ecuación de la recta, r_3 , cuyo vector director es perpendicular a los vectores directores de las rectas r_1 y r_2 y que pasa por el punto $A(0, 0, 0)$.

a.2) [1,25 puntos] Calcula la distancia de la recta r_2 al punto $B(-1, -1, 2)$.

Apartado b) Sea la recta $r \equiv \frac{x}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z}{2}$ y el plano $\pi \equiv x - y + 3z = 0$.

b.1) [1,25 puntos] Determina la ecuación del plano que contiene a la recta r y es perpendicular al plano π .

b.2) [1,25 puntos] Calcula el ángulo entre la recta r y el plano π teniendo en cuenta que se cortan en el punto $A(0, 0, 0)$.

EJERCICIO 3. Elige y resuelve **solo uno** de los dos apartados siguientes.

Apartado a) Considera el siguiente sistema de ecuaciones, donde $a \in \mathbb{R}$:
$$\begin{cases} x + y + a \cdot z = 1 \\ x - 2z = a \\ 2x + y + z = 3 \end{cases}$$

a.1) [1,5 puntos] Discute el sistema de ecuaciones según los valores de a , e identifica el número de soluciones en cada caso.

a.2) [1 punto] Resuelve, razonadamente, el sistema de ecuaciones para $a = 0$.

Apartado b) Sea el sistema de ecuaciones $A \cdot X - B = X$, con matriz $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & m \end{pmatrix}$ tal que $m \in \mathbb{R}$ y

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}. \text{ Además, la matriz } X \text{ es de orden } 2 \times 2.$$

b.1) [1,5 puntos] ¿Para qué valores del parámetro m el sistema anterior tiene solución única?

b.2) [1 punto] Para $m = 1$, resuelve el sistema y obtén el valor de X

EJERCICIO 4. Elige y resuelve **solo uno** de los dos apartados siguientes:

Apartado a) Una baraja española está compuesta de 40 cartas, entre las que hay 4 ases. En un juego de azar dos jugadores compiten entre sí. El primer jugador baraja las cartas y las va sacando una a una hasta que encuentra un as. A continuación, el otro jugador vuelve a juntar todas las cartas y repite estos pasos (es decir, vuelve a barajar y va sacando cartas hasta encontrar un as). Gana el jugador que más cartas haya sacado (contando el as). Si ambos sacan el mismo número de cartas, entonces se produce un empate.

a.1) [1,5 puntos] Calcula las probabilidades de que el as salga al sacar 1, 2 y 3 cartas, respectivamente.

a.2) [1 punto] Si el primer jugador ha sacado dos cartas (contando el as), ¿cuál es la probabilidad de que el segundo jugador le gane?

Apartado b) Una empresa produce aparatos para medir distancias. Durante el proceso de calibración realiza una serie de experimentos para medir la distancia entre dos puntos, que están separados 1.5 metros entre sí. Debido al error de los aparatos, se sabe que los valores medidos siguen una distribución normal de media 1.5 m y varianza 0.64 m^2 .

b.1) [0,75 puntos] ¿Cuál es la probabilidad de que la medición del aparato sea de más de 2.1 m?

b.2) [0,75 puntos] ¿Cuál es la probabilidad de la que medición del aparato sea superior a 0.9 m?

b.3) [1 punto] ¿Cuál es el valor de la distancia tal que el 80.51% de las mediciones estarían por encima de él?

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.50	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.60	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.70	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.80	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.90	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.00	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.10	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.20	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.30	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177

EJERCICIO 1. La concentración de virus activos en una muestra de sangre (en un tiempo t desde que se tomó la muestra) se puede modelizar como una función $f(t) = 5(t + 1)e^{-t}$, con $t \geq 0$.

- a) [1,25 puntos] La pendiente de la recta tangente a la gráfica de $f(t)$ mide cómo cambia la concentración de virus activos. Calcula el tiempo en el que este cambio toma el valor más pequeño posible, es decir, el tiempo t en el que el valor de la derivada de $f(t)$ es mínimo.
- b) [1,25 puntos] ¿Cuál sería el valor de la concentración de virus a largo plazo? Es decir, el límite cuando el tiempo tiende a infinito: $\lim_{t \rightarrow \infty} f(t)$

Respuestas:

- a) La pendiente nos la da la primera derivada de la función: $f'(t) = 5e^{-t} - 5(t + 1)e^{-t}$. Consideramos la derivada como una nueva función de la que queremos calcular su mínimo, para ello su derivada ha de ser 0, $f''(t) = -5e^{-t} - 5e^{-t} + 5(t + 1)e^{-t} = -10e^{-t} + 5(t + 1)e^{-t}$, igualamos a 0 y resolvemos,

$$-10e^{-t} + 5(1 + t)e^{-t} = 0 \rightarrow \frac{-10}{e^t} + \frac{5(1+t)}{e^t} = \frac{-10+5(1+t)}{e^t} = 0 \rightarrow$$

$\rightarrow -10 + 5(1 + t) = 0 \rightarrow 5t = 5 \rightarrow t = 1$. Estudiamos el crecimiento y decrecimiento antes y después de $t = 1$,

$$f''(0) = \frac{-10+5(1+0)}{e^0} = -5 < 0, \text{ f es decreciente,}$$

$$f''(10) = \frac{-10+5(1+10)}{e^{10}} = \frac{45}{e^{10}} > 0, \text{ f es creciente.}$$

Por tanto, para $t = 1$ el valor de la derivada es mínimo.

- b) $\lim_{t \rightarrow \infty} f(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} 5(t + 1)e^{-t} = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{5(1+t)}{e^t} = \frac{\infty}{\infty}$ indeterminación, aplicamos la Regla de

$$\text{L'Hôpital, } \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{5(1+t)}{e^t} = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{5}{e^t} = \frac{5}{\infty} = 0$$

Respuesta: a) mínimo para $t = 1$, b) $\lim_{t \rightarrow \infty} f(t) = 0$

EJERCICIO 2.

Apartado a) Sean las rectas: $r_1 \equiv \frac{x+2}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+1}{1}$ y $r_2 \equiv \frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{-1}$

a.1) [1,25 puntos] Determina la ecuación de la recta, r_3 , cuyo vector director es perpendicular a los vectores directores de las rectas r_1 y r_2 y que pasa por el punto $A(0, 0, 0)$.

a.2) [1,25 puntos] Calcula la distancia de la recta r_2 al punto $B(-1, -1, 2)$.

Respuestas:

a.1) El vector perpendicular a los vectores directores de las rectas lo obtenemos calculando el producto

$$\text{vectorial de dichos vectores: } v_1 \times v_2 = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \end{vmatrix} = 0i + 3j + 3k \rightarrow w = (0, 3, 3) = (0, 1, 1)$$

$$r_3 \equiv \frac{x-0}{0} = \frac{y-0}{1} = \frac{z-0}{1} \rightarrow r_3 \equiv \begin{cases} x = 0 \\ y - z = 0 \end{cases}$$

a.2) $d(B, r_2) = \frac{|BP \times v_2|}{|v_2|}$ donde P es un punto de r_2 , por ejemplo $P(1, 1, 1)$

$$BP = (1, 1, 1) - (-1, -1, 2) = (2, 2, -1), \quad AP \times v_2 = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 2 & 2 & -1 \\ 2 & 1 & -1 \end{vmatrix} = -i + 0j - 2k$$

$$\text{De donde, } d(B, r_2) = \frac{|BP \times v_2|}{|v_2|} = \frac{|(-1, 0, -2)|}{|(2, 1, -1)|} = \frac{\sqrt{(-1)^2 + 0^2 + (-2)^2}}{\sqrt{2^2 + 1^2 + (-1)^2}} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{6}} = \sqrt{\frac{5}{6}}$$

$$\text{Respuesta:} \quad \text{a.1) } r_3 \equiv \begin{cases} x = 0 \\ y - z = 0 \end{cases} \quad \text{a.2) } \sqrt{\frac{5}{6}}$$

EJERCICIO 2.

Apartado b) Sea la recta $r \equiv \frac{x}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z}{2}$ y el plano $\pi \equiv x - y + 3z = 0$.

b.1) [1,25 puntos] Determina la ecuación del plano que contiene a la recta r y es perpendicular al plano π .

b.2) [1,25 puntos] Calcula el ángulo entre la recta r y el plano π teniendo en cuenta que se cortan en el punto $A(0, 0, 0)$.

Respuestas:

b.1) Para obtener la ecuación de un plano necesitamos 2 vectores y un punto, un vector será el director de la recta y el punto también de la recta, pues queremos que el plano contenga a la recta, el otro vector será el normal al plano π , con lo cual el plano pedido será perpendicular al π

$$v_r = (1, -1, 2), \quad P_r = (0, 0, 0), \quad n_\pi = (1, -1, 3)$$

De donde, la ecuación del plano pedido es:

$$\begin{vmatrix} x-0 & y-0 & z-0 \\ 1 & -1 & 2 \\ 1 & -1 & 3 \end{vmatrix} = -3x - z + 2y + z + 2x - 3y = 0 \rightarrow -x - y = 0 \rightarrow \pi' \equiv x + y = 0$$

$$\begin{aligned} \text{b.2) } \text{ángulo}(r, \pi) &= \text{sen}(v_r, n_\pi) = \frac{|v_r \cdot n_\pi|}{|v_r| |n_\pi|} = \frac{|(1, -1, 2) \cdot (1, -1, 3)|}{|(1, -1, 2)| |(1, -1, 3)|} = \frac{|1+1+6|}{\sqrt{1^2+(-1)^2+2^2} \sqrt{1^2+(-1)^2+3^2}} = \\ &= \frac{8}{\sqrt{6}\sqrt{11}} = \frac{8}{\sqrt{66}} = \frac{8\sqrt{66}}{66} = \frac{4\sqrt{66}}{33}. \quad \text{Ángulo}(r, \pi) = \arcsen \frac{4\sqrt{66}}{33} = \arcsen(0,9847) \cong 80^\circ \end{aligned}$$

Respuesta: **b.1)** $\pi' \equiv x + y = 0$, **b.2)** ángulo $(r, \pi) = 80^\circ$

EJERCICIO 3.

Apartado a) Considera el siguiente sistema de ecuaciones, donde $a \in \mathbb{R}$:
$$\begin{cases} x + y + a \cdot z = 1 \\ x - 2z = a \\ 2x + y + z = 3 \end{cases}$$

a.1) [1,5 puntos] Discute el sistema de ecuaciones según los valores de a , e identifica el número de soluciones en cada caso.

a.2) [1 punto] Resuelve, razonadamente, el sistema de ecuaciones para $a = 0$.

Respuestas:

a.1) Escribimos la matriz de coeficientes y la ampliada para estudiar sus rangos, aplicando Gauss:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & a & 1 \\ 1 & 0 & -2 & a \\ 2 & 1 & 1 & 3 \end{pmatrix} \xrightarrow{\substack{-F1+F2 \\ -2F1+F3}} \begin{pmatrix} 1 & 1 & a & 1 \\ 0 & -1 & -2-a & a-1 \\ 0 & -1 & 1-2a & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{-F2+F3} \begin{pmatrix} 1 & 1 & a & 1 \\ 0 & -1 & -2-a & a-1 \\ 0 & 0 & 3-a & a+2 \end{pmatrix}$$

la matriz de coeficientes nos queda, $\begin{pmatrix} 1 & 1 & a \\ 0 & -1 & -2-a \\ 0 & 0 & 3-a \end{pmatrix}$

Su determinante es: $-(3-a)$ que 0 para $a = 3$, tenemos

1. Si $a \neq 3$, el rango de la matriz de coeficientes es 3 y por tanto el de la ampliada también, igual al número de incógnitas, luego es un sistema compatible determinado con una solución.

2. Si $a = 3$, la matriz ampliada queda, $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 & 1 \\ 0 & -1 & -5 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 5 \end{pmatrix}$ el determinante $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 5 \end{vmatrix} = -5$

Por tanto el rango es 3, luego los rangos son distintos y tenemos un sistema incompatible, ninguna solución.

a.2) Si $a = 0$, la matriz ampliada queda, $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 3 & 2 \end{pmatrix}$, luego el sistema quedaría,

$$\begin{cases} x + y = 1 \\ -y - 2z = -1 \\ 3z = 2 \end{cases} \text{ tenemos, } z = \frac{2}{3}; -y - 2 \cdot \frac{2}{3} = -1 \rightarrow y = -\frac{1}{3}; x + y = 1 \rightarrow x - \frac{1}{3} = 1 \rightarrow x = \frac{4}{3}$$

Respuesta: a.1) Si $a \neq 3$, S.C.D., si $a = 3$, S.I. a.2) $x = \frac{4}{3}$, $y = -\frac{1}{3}$, $z = \frac{2}{3}$

EJERCICIO 3.

Apartado b) Sea el sistema de ecuaciones $A \cdot X - B = X$, con matriz $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & m \end{pmatrix}$ tal que $m \in \mathbb{R}$ y $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$. Además, la matriz X es de orden 2×2 .

b.1) [1,5 puntos] ¿Para qué valores del parámetro m el sistema anterior tiene solución única?

b.2) [1 punto] Para $m = 1$, resuelve el sistema y obtén el valor de X

Respuestas:

b.1) Despejamos X en el sistema,

$$A \cdot X - B = X \rightarrow A \cdot X - X = B \rightarrow (A - I) \cdot X = B \rightarrow X = (A - I)^{-1} \cdot B$$

Para que el sistema tenga solución debe existir $(A - I)^{-1}$ y para ello el determinante de $(A - I)$ debe ser distinto de 0, lo calculamos,

$$|A - I| = \left| \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & m \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right| = \left| \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & m-1 \end{pmatrix} \right| = m - 1 - 1 = m - 2 \rightarrow m - 2 = 0 \rightarrow m = 2$$

Luego el determinante no es 0 cuando m no sea 2 y por tanto el sistema tendrá solución única.

b.2) Para $m = 1$ $(A - I) = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, y $|A - I| = -1$, calculamos $(A - I)^{-1}$,

$$(A - I)^t = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \text{Adj}(A - I)^t = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix},$$

$$(A - I)^{-1} = \frac{1}{|A - I|} \text{Adj}(A - I)^t = (-1) \cdot \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\text{Ya podemos calcular } X, \quad X = (A - I)^{-1} \cdot B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Respuesta: **b.1)** Si $m \neq 2$, Solución única. **b.2)** $X = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

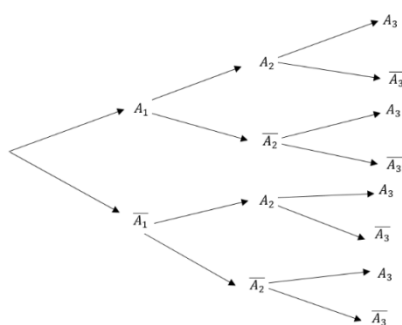
EJERCICIO 4.

Apartado a) Una baraja española está compuesta de 40 cartas, entre las que hay 4 ases. En un juego de azar dos jugadores compiten entre sí. El primer jugador baraja las cartas y las va sacando una a una hasta que encuentra un as. A continuación, el otro jugador vuelve a juntar todas las cartas y repite estos pasos (es decir, vuelve a barajar y va sacando cartas hasta encontrar un as). Gana el jugador que más cartas haya sacado (contando el as). Si ambos sacan el mismo número de cartas, entonces se produce un empate.

- a.1) [1,5 puntos]** Calcula las probabilidades de que el as salga al sacar 1, 2 y 3 cartas, respectivamente.
- a.2) [1 punto]** Si el primer jugador ha sacado dos cartas (contando el as), ¿cuál es la probabilidad de que el segundo jugador le gane?

Respuestas:

a.1) Sale as al extraer la carta i : A_i , No sale as al extraer la carta i : $\bar{A}_i$



$$1 \text{ carta: } P(A_1) = \frac{4}{40} = \frac{1}{10} = 0,10$$

$$2 \text{ cartas: } P(\bar{A}_1 \cap A_2) = P(\bar{A}_1) \cdot (A_2/\bar{A}_1) = \frac{36}{40} \cdot \frac{4}{39} = \frac{6}{65} \cong 0,09$$

$$3 \text{ cartas: } P(\bar{A}_1 \cap \bar{A}_2 \cap A_3) = P(\bar{A}_1) \cdot (\bar{A}_2/\bar{A}_1) \cdot P(A_3/\bar{A}_1 \cap \bar{A}_2) = \\ = \frac{36}{40} \cdot \frac{35}{39} \cdot \frac{4}{38} = \frac{21}{247} \cong 0,085$$

a.2) El primer jugador ha sacado una carta y el as, para que el segundo jugador gane debe sacar 2 o más y después el as, es decir, lo contrario de sacar el as en la primera o en la segunda, de donde,

$$P(\text{ganar el segundo jugador cuando el primero ha sacado 2 cartas}) = 1 - [P(A_1) + (\bar{A}_1 \cap A_2)] = \\ = 1 - [P(A_1) + (\bar{A}_1 \cap A_2)] = 1 - \left[P(A_1) + P(\bar{A}_1) \cdot \left(\frac{A_2}{\bar{A}_1} \right) \right] = 1 - \left(\frac{4}{40} + \frac{36}{40} \cdot \frac{4}{39} \right) = \frac{21}{26} = 0,808$$

Respuesta: a.1) 0,10; 0,09; 0,085. a.2) 0,808

EJERCICIO 4.

Apartado b) Una empresa produce aparatos para medir distancias. Durante el proceso de calibración realiza una serie de experimentos para medir la distancia entre dos puntos, que están separados 1,5 metros entre sí. Debido al error de los aparatos, se sabe que los valores medidos siguen una distribución normal de media 1,5 m y varianza 0,64 m².

b.1) [0,75 puntos] ¿Cuál es la probabilidad de que la medición del aparato sea de más de 2,1 m?

b.2) [0,75 puntos] ¿Cuál es la probabilidad de que la medición del aparato sea superior a 0,9 m?

b.3) [1 punto] ¿Cuál es el valor de la distancia tal que el 80,51% de las mediciones estarían por encima de él?

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.50	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.60	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.70	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.80	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.90	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.00	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.10	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.20	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.30	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177

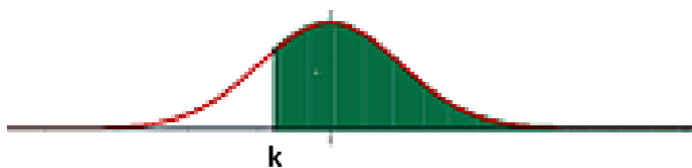
Respuestas:

Sea X la variable “medidas del aparato” como nos dan la varianza, $\sigma = \sqrt{0.64} = 0,8$
tenemos que $X \rightarrow N(1,5, 0,8)$

$$\mathbf{b.1)} P(X > 2,1) = P\left(Z > \frac{2,1-1,5}{0,8}\right) = P(Z > 0,75) = 1 - P(Z < 0,75) = 1 - 0,7734 = 0,2266$$

$$\mathbf{b.2)} P(X > 0,9) = P\left(Z > \frac{0,9-1,5}{0,8}\right) = P(Z > -0,75) = P(Z < 0,75) = 0,7734$$

b.3) Nos piden el valor “ k ” tal que el 80,51% de las mediciones estarían por encima de él



Es decir, $P(X > k) = 0,8051$ como la probabilidad es mayor que 0,5, al tipificar el valor será negativo,

$$P(X > k) = P\left(X > \frac{k-1,5}{0,8}\right) = P\left(Z < -\frac{k-1,5}{0,8}\right) = 0,8051 \rightarrow$$

Buscamos el valor 0,8051 dentro de la tabla, obtenemos 0,86, luego $-\frac{k-1,5}{0,8} = 0,86$ despejando

$$k = 1,5 - 0,8 \cdot 0,86 = 0,812$$

El 80,01% de las distancias serán superiores a 0,812 metros.

Respuesta: b.1) 0,2266; b.2) 0,7734; b.3) 0,812 metros



PRUEBA ACCESO A LA UNIVERSIDAD (PAU)
FASE GENERAL
CURSO: 2024 – 2025
MATEMÁTICAS II

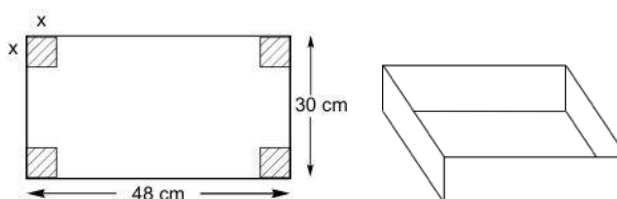
CONVOCATORIA:
EXTRAORDINARIA

INSTRUCCIONES GENERALES Y CALIFICACIÓN

Instrucciones: El estudiante deberá resolver los cuatro ejercicios propuestos. En los **ejercicios 2, 3 y 4** deberá contestar solamente a **UNO** de los dos apartados propuestos. Si resuelve más, se corregirá solo el primero de los dos apartados resueltos. Los ejercicios deben redactarse con claridad, detalladamente y razonando las respuestas. Solo se permite el uso de calculadores de tipo 1 y 2 (tal y como se indica en la información de las pruebas). Cada ejercicio completo puntuará 2,5 puntos. Duración de la prueba: 90 minutos.

CONVOCATORIA EXTRAORDINARIA

EJERCICIO 1. Para guardar el material escolar, se quiere construir una caja (sin tapa) a partir de una plancha de cartón de 48 cm de largo por 30 cm de ancho, a la que se le ha recortado un cuadrado de lado x en cada una de sus esquinas (véase el dibujo).



- [0,75 puntos]** Determina el volumen de la caja.
- [1 punto]** Determina las dimensiones de la caja si se quiere que contenga el mayor volumen posible.
- [0,75 puntos]** Para poder transportar la caja cómodamente, se van a realizar dos aberturas. El área de cada una de ellas está encerrada por las curvas $f(t) = t^2 - 4t$ y $g(t) = 2t - 5$. Calcula el área de una de las aberturas

EJERCICIO 2. Elige y resuelve **solo uno** de los dos apartados siguientes:

Apartado a) Para las fiestas del Corpus Christi que se celebran en Toledo, se instalan toldos en las calles por las que transcurre la procesión. En una de ellas, los operarios colocan los siguientes puntos de apoyo:

$A(0,1,-2)$, $B(1,2,0)$, $C(0,0,1)$ y $D(1,0,m)$, con $m \in \mathbb{R}$.

- [1 punto]** Calcula el valor de m para que los cuatro puntos sean coplanarios.
- [0,75 puntos]** Determina la ecuación del plano π que contiene al toldo.
- [0,75 puntos]** Si los adornos florales deben estar como mínimo a 1 metro de distancia del toldo y se ha colocado un adorno de flores en el punto $P(1,2,3)$, ¿estará correctamente ubicado?

Apartado b) Resuelve los problemas siguientes:

- [1 punto]** Calcula la ecuación del plano π' que pasa por $C(1,1,-2)$, es paralelo a la recta r que pasa por los puntos $A(1,0,3)$ y $B(0,4,-1)$ y perpendicular al plano $\pi \equiv -x + y + 2z = 1$
- [1,5 puntos]** Determina los valores reales de $m \in \mathbb{R}$, para que los puntos $A(-1,2,3)$, $B(-1,0,-1)$, $C(2,-1,1)$ y $D(2,3,m)$, formen un tetraedro de volumen 8 unidades cúbicas.

EJERCICIO 3. Elige y resuelve **solo uno** de los dos apartados siguientes.

Apartado a) Dado el siguiente sistema de ecuaciones lineales.

$$\begin{cases} x + y - z = 2 \\ 4x + 2y = a \\ ax + y + z = 1 \end{cases}$$

a.1) [1,5 puntos] Discute la resolución del sistema según los valores que pueda tomar el parámetro $a \in \mathbb{R}$ e indica el número de soluciones en cada caso.

a.2) [1 punto] Para $a = 0$, resuelve el sistema de ecuaciones, de forma razonada.

Apartado b) Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & a \\ 1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ a & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ con $a \in \mathbb{R}$.

b.1) [1,25 puntos] Calcula los valores del parámetro a para que $A \cdot B$ sea invertible. Justifica tu respuesta.

b.2) [1,25 puntos] Calcula la inversa de $A \cdot B$ en función de a .

EJERCICIO 4. Elige y resuelve **solo uno** de los dos apartados siguientes:

Apartado a) En la entrada del instituto hay tres fotocopadoras A, B y C cuyos porcentajes de fallos son 3%, 5% y 4%, respectivamente. Un estudiante entra en el instituto y, como las tres fotocopadoras están libres, elige una al azar.

a.1) [1 punto] ¿Cuál es la probabilidad de que fotocopie sin fallos?

a.2) [1,5 puntos] Si al fotocopiar observa que una página es defectuosa, ¿qué probabilidad hay de que se haya utilizado la fotocopadora B?

Apartado b) Una inspectora de sanidad sabe que el 5% de los restaurantes no pasará una inspección. Si elige 8 restaurantes al azar, calcula:

b.1) [0,75 puntos] Probabilidad de que tres restaurantes no pasen la inspección.

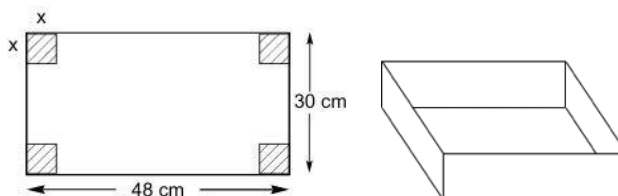
b.2) [0,75 puntos] Probabilidad de que todos los restaurantes pasen la inspección.

b.3) [1 punto] Probabilidad de que al menos dos restaurantes pasen la inspección.

n	k	p									
		0.05	0.1	0.15	0.2	0.25	0.3	0.35	0.4	0.45	0.5
8	0	0.6634	0.4305	0.2725	0.1678	0.1001	0.0576	0.0319	0.0168	0.0084	0.0039
	1	0.2793	0.3826	0.3847	0.3355	0.2670	0.1977	0.1373	0.0896	0.0548	0.0313
	2	0.0515	0.1488	0.2376	0.2936	0.3115	0.2965	0.2587	0.2090	0.1569	0.1094
	3	0.0054	0.0331	0.0839	0.1468	0.2076	0.2541	0.2786	0.2787	0.2568	0.2188
	4	0.0004	0.0046	0.0185	0.0459	0.0865	0.1361	0.1875	0.2322	0.2627	0.2734
	5	0.0000	0.0004	0.0026	0.0092	0.0231	0.0467	0.0808	0.1239	0.1719	0.2188
	6	0.0000	0.0000	0.0002	0.0011	0.0038	0.0100	0.0217	0.0413	0.0703	0.1094
	7	0.0000	0.0000	0.0000	0.0001	0.0004	0.0012	0.0033	0.0079	0.0164	0.0313
	8	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0001	0.0002	0.0007	0.0017	0.0039

RESPUESTAS CONVOCATORIA EXTRAORDINARIA

EJERCICIO 1. Para guardar el material escolar, se quiere construir una caja (sin tapa) a partir de una plancha de cartón de 48 cm de largo por 30 cm de ancho, a la que se le ha recortado un cuadrado de lado x en cada una de sus esquinas (véase el dibujo).



- [0,75 puntos]** Determina el volumen de la caja.
- [1 punto]** Determina las dimensiones de la caja si se quiere que contenga el mayor volumen posible.
- [0,75 puntos]** Para poder trasportar la caja cómodamente, se van a realizar dos aberturas. El área de cada una de ellas está encerrada por las curvas $f(t) = t^2 - 4t$ y $g(t) = 2t - 5$. Calcula el área de una de las aberturas

Respuestas:

- Las dimensiones de la caja son: altura x , ancho $30 - 2x$ y largo $48 - 2x$, luego el volumen de la caja es: $V(x) = (48 - 2x) \cdot (30 - 2x) \cdot x = 4x^3 - 156x^2 + 1440x$, $0 < x < 16$.

Respuesta: $V(x) = 4x^3 - 156x^2 + 1440x$, $0 < x < 16$

- Calculamos la derivada, $V'(x) = 12x^2 - 312x + 1440$ hallamos donde se hace 0
 $12x^2 - 312x + 1440 = 12(x^2 - 26x + 120) = 0$, $x = 20$ y $x = 6$.
 Calculamos la segunda derivada, $V''(x) = 24x - 312$, descartamos $x = 20$ como posible máximo
 $V''(6) = 24 \cdot 6 - 312 = -168 < 0$, máximo para $x = 6$, las dimensiones para este valor son:
 altura: 6 cm ; ancho: $30 - 2 \cdot 6 = 18$ cm ; largo: $48 - 2 \cdot 6 = 36$ cm.

Respuesta: altura: 6 cm ; ancho: 18 cm ; largo: 36 cm

- Hallamos los puntos de intersección de las curvas: $t^2 - 4t = 2t - 5$, $t^2 - 6t + 5 = 0$
 obtenemos $t = 1$ y $t = 5$, luego el área será el valor absoluto de la integral definida:

$$\left| \int_1^5 [(t^2 - 4t) - (2t - 5)] dt \right| = \left| \int_1^5 (t^2 - 6t + 5) dt \right| = \left| \left(\frac{t^3}{3} - 6 \frac{t^2}{2} + 5t \right) \Big|_1^5 \right| = \text{sustituimos}$$

$$\left| \left(\frac{5^3}{3} - 3 \cdot 5^2 + 5 \cdot 5 \right) - \left(\frac{1^3}{3} - 3 \cdot 1^2 + 5 \cdot 1 \right) \right| = \left| -\frac{32}{3} \right| = \frac{32}{3} \text{ cm}^2.$$

Respuesta: $\frac{32}{3} \text{ cm}^2$

EJERCICIO 2.

Apartado a) Para las fiestas del Corpus Christi que se celebran en Toledo, se instalan toldos en las calles por las que transcurre la procesión. En una de ellas, los operarios colocan los siguientes puntos de apoyo:

$A(0,1,-2)$, $B(1,2,0)$, $C(0,0,1)$ y $D(1,0,m)$, con $m \in \mathbb{R}$.

- a.1) [1 punto]** Calcula el valor de m para que los cuatro puntos sean coplanarios.
- a.2) [0,75 puntos]** Determina la ecuación del plano π que contiene al toldo.
- a.3) [0,75 puntos]** Si los adornos florales deben estar como mínimo a 1 metro de distancia del toldo y se ha colocado un adorno de flores en el punto $P(1,2,3)$, ¿estará correctamente ubicado?

Respuestas:

a.1) Podemos escribir 3 vectores determinados por los 4 puntos y calcular m para que su producto mixto valga 0, es decir no formen un paralelepípedo, $\vec{AB} \times \vec{AC} \times \vec{AD} = 0$

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 0 & -1 & 3 \\ 1 & -1 & m+2 \end{vmatrix} = -m - 2 + 3 + 2 + 3 = 6 - m = 0 \rightarrow m = 6$$

También podemos calcular el plano determinado por los puntos A, B y C y calcular m para que el punto D pertenezca al plano.

Respuesta: $m = 6$

a.2) Tomamos los vectores $\vec{AB}(1, 1, 2)$ y $\vec{AC}(0, -1, 3)$ y el punto $A(0, 1, -2)$

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 0 & -1 & 3 \\ x & y-1 & z+2 \end{vmatrix} = -z - 2 + 3x + 2x - 3y + 3 = 5x - 3y - z + 1 = 0$$

Respuesta: $\pi \equiv 5x - 3y - z + 1 = 0$

a.3) Calculamos la distancia del punto al plano:

$$d(P, \pi) = \frac{|5 \cdot 1 - 3 \cdot 2 - 3 + 1|}{\sqrt{5^2 + (-3)^2 + (-1)^2}} = \frac{|-3|}{\sqrt{35}} = \frac{3}{\sqrt{35}} \approx 0,5 \text{ m}$$

Respuesta: No está correctamente ubicado, está a menos de 1 metro.

EJERCICIO 2.**Apartado b)** Resuelve los problemas siguientes:

b.1) [1 punto] Calcula la ecuación del plano π' que pasa por $C(1,1,-2)$, es paralelo a la recta r que pasa por los puntos $A(1,0,3)$ y $B(0,4,-1)$ y perpendicular al plano $\pi \equiv -x + y + 2z = 1$.

b.2) [1,5 puntos] Determina los valores reales de $m \in \mathbb{R}$, para que los puntos $A(-1,2,3)$, $B(-1,0,-1)$, $C(2,-1,1)$ y $D(2,3,m)$, formen un tetraedro de volumen 8 unidades cúbicas.

Respuestas:

b.1) Uno de los vectores del plano es el vector director de la recta r , $AB(-1,4,-4)$ y el otro es el vector normal del plano π , $(-1,1,2)$ luego

$$\begin{aligned}\pi' &= \begin{vmatrix} x-1 & y-1 & z+2 \\ -1 & 4 & -4 \\ -1 & 1 & 2 \end{vmatrix} = 8x - 8 + 4y - 4 - z - 2 + 4z + 8 + 4x - 4 + 2y - 2 = \\ &= 12x + 6y + 3z - 12 = 0 \rightarrow 4x + 2y + z - 4 = 0\end{aligned}$$

Respuesta: $\pi' \equiv 4x + 2y + z - 4 = 0$

b.2) El volumen del tetraedro viene dado por $1/6$ del valor absoluto del producto mixto de los 3 vectores AB, AC, AD

$$\begin{aligned}V &= \frac{1}{6} \left| \begin{vmatrix} 0 & -2 & -4 \\ 3 & -3 & -2 \\ 3 & 1 & m-3 \end{vmatrix} \right| = 8 \rightarrow |-12 + 12 - 36 + 6m - 18| = 48 \rightarrow |6m - 54| = 48 \rightarrow \\ &6m - 54 = 48 \rightarrow m = 17 \\ &6m - 54 = -48 \rightarrow m = 1\end{aligned}$$

Respuesta: $m = 1$ o $m = 17$

EJERCICIO 3.

Apartado a) Dado el siguiente sistema de ecuaciones lineales.

$$\begin{cases} x + y - z = 2 \\ 4x + 2y = a \\ ax + y + z = 1 \end{cases}$$

a.1) [1,5 puntos] Discute la resolución del sistema según los valores que pueda tomar el parámetro $a \in \mathbb{R}$ e indica el número de soluciones en cada caso.

a.2) [1 punto] Para $a = 0$, resuelve el sistema de ecuaciones, de forma razonada.

Respuestas:

a.1) Escribimos la matriz ampliada y hacemos ceros:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & 2 \\ 4 & 2 & 0 & a \\ a & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \rightarrow C1 \leftrightarrow C3 \rightarrow \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 4 & a \\ 1 & 1 & a & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{\substack{F1' = F1 \\ F2' = F2 \\ F3' = F1 + F3}} \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 4 & a \\ 0 & 2 & a+1 & 3 \end{pmatrix} \rightarrow$$

$$\rightarrow \begin{pmatrix} F1'' = F1' \\ F2'' = F2' \\ F3'' = -F2' + F3' \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 4 & a \\ 0 & 0 & a-3 & 3-a \end{pmatrix} \rightarrow a-3=0, a=3; \text{ tenemos 2 casos:}$$

1. $a \neq 3$, El rango de la matriz de coeficientes es 3 y por tanto el rango de la matriz ampliada también es 3 e igual al número de incógnitas, se trataría de un Sistema Compatible Determinado con una única solución.

2. $a = 3, \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 4 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ El rango de la matriz de coeficientes es y el rango de la matriz

ampliada también es 2 menor al número de incógnitas, se trataría de un Sistema Compatible Indeterminado con infinitas soluciones.

Respuesta: Si $a \neq 3$ S.C.D. si $a = 3$ S.C.I.

a.2) Para $a = 0$ tenemos que el sistema es compatible determinado, la matriz ampliada queda,

$$\begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & -3 & 3 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{cases} -z + y + x = 2 \\ 2y + 4x = 0 \rightarrow x = -1 \rightarrow 2y + 4x = 0 \rightarrow 2y - 4 \cdot 1 = 0 \rightarrow \\ -3x = 3 \end{cases}$$

$$\rightarrow y = 2 \rightarrow -z + y + x = 2 \rightarrow -z + 2 - 1 = 2 \rightarrow z = -1$$

Respuesta: $x = -1$; $y = 2$; $z = -1$.

EJERCICIO 3.

Apartado b) Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & a \\ 1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ a & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ con $a \in \mathbb{R}$.

b.1) [1,25 puntos] Calcula los valores del parámetro a para que $A \cdot B$ sea invertible. Justifica tu respuesta.

b.2) [1,25 puntos] Calcula la inversa de $A \cdot B$ en función de a .

Respuestas:

b.1) Hacemos el producto, $A \cdot B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & a \\ 1 & -1 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ a & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1+2a & 3+2a \\ 1-a & 1 \end{pmatrix}$, para que sea

invertible el valor de su determinante ha de ser distinto de 0,

$$\begin{vmatrix} 1+2a & 3+2a \\ 1-a & 1 \end{vmatrix} = (1+2a) - (3+2a)(1-a) = 2a^2 + 3a - 2 = 0 \rightarrow a = -2, a = \frac{1}{2}$$

Respuesta: AB es invertible para $a \neq -2$ y $a \neq \frac{1}{2}$

b.2) $(AB)^{-1} = \frac{1}{|AB|} \cdot \text{Adj}(AB^t)$ $AB^t = \begin{pmatrix} 1+2a & 1-a \\ 3+2a & 1 \end{pmatrix}$

$$\text{Adj}(AB^t) = \begin{pmatrix} 1 & -3-2a \\ -1+a & 1+2a \end{pmatrix}$$

$$(AB)^{-1} = \frac{1}{|AB|} \cdot \text{Adj}(AB^t) = \frac{1}{2a^2+3a-2} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -3-2a \\ -1+a & 1+2a \end{pmatrix}$$

Respuesta: $(AB)^{-1} = \frac{1}{2a^2+3a-2} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -3-2a \\ -1+a & 1+2a \end{pmatrix}$

EJERCICIO 4.

Apartado a) En la entrada del instituto hay tres fotocopadoras A, B y C cuyos porcentajes de fallos son 3%, 5% y 4%, respectivamente. Un estudiante entra en el instituto y, como las tres fotocopadoras están libres, elige una al azar.

a.1) [1 punto] ¿Cuál es la probabilidad de que fotocopie sin fallos?

a.2) [1,5 puntos] Si al fotocopiar observa que una página es defectuosa, ¿qué probabilidad hay de que se haya utilizado la fotocopadora B?

Respuestas:

Como hay 3 fotocopadoras $P(A) = P(B) = P(C) = 1/3$; F = fallos, SF = sin fallos.

Según los porcentajes de fallos:

$P(F/A) = 0,03$; $P(SF/A) = 0,97$; $P(F/B) = 0,05$; $P(SF/B) = 0,95$; $P(F/C) = 0,04$; $P(SF/C) = 0,96$.

a.1) Por el Teorema de la Probabilidad Total:

$$P(SF) = P(A)P(SF/A) + P(B)P(SF/B) + P(C)P(SF/C) = \frac{1}{3} \cdot 0,97 + \frac{1}{3} \cdot 0,95 + \frac{1}{3} \cdot 0,96 = 0,96$$

Respuesta: P(fotocopia sin fallos) = 0,96

a.2) Por el Teorema de Bayes:

$$P(B/F) = \frac{P(B) \cdot P(F/B)}{P(F)} = \frac{\frac{1}{3} \cdot 0,05}{1 - 0,96} = 0,42$$

Respuesta: P(B/F) = 0,42

Apartado b) Una inspectora de sanidad sabe que el 5% de los restaurantes no pasará una inspección. Si elige 8 restaurantes al azar, calcula:

- b.1) [0,75 puntos]** Probabilidad de que tres restaurantes no pasen la inspección.
b.2) [0,75 puntos] Probabilidad de que todos los restaurantes pasen la inspección.
b.3) [1 punto] Probabilidad de que al menos dos restaurantes pasen la inspección.

Respuestas:

Sea I = pasar la inspección e $\bar{I}$ no pasar inspección, $P(I) = 0,95$ $P(\bar{I}) = 0,05$

La variable, "no pasar inspección" sigue una distribución binomial con $p = 0,05$ y $n = 8$, $B(8, 0,05)$

b.1) $P(X = 3) = \binom{8}{3} 0,05^3 \cdot 0,95^5 = 0,0054$ mirando en la tabla

n	k	p									
		0.05	0.1	0.15	0.2	0.25	0.3	0.35	0.4	0.45	0.5
8	0	0.6634	0.4305	0.2725	0.1678	0.1001	0.0576	0.0319	0.0168	0.0084	0.0039
	1	0.2793	0.3826	0.3847	0.3355	0.2670	0.1977	0.1373	0.0896	0.0548	0.0313
	2	0.0515	0.1488	0.2376	0.2936	0.3115	0.2965	0.2587	0.2090	0.1569	0.1094
	3	0.0054	0.0331	0.0839	0.1468	0.2076	0.2541	0.2786	0.2787	0.2568	0.2188
	4	0.0004	0.0046	0.0185	0.0459	0.0865	0.1361	0.1875	0.2322	0.2627	0.2734

Respuesta: P(3 restaurantes no pasen la inspección) = 0,0054

b.2) Que todos pasen la inspección es lo mismo que ninguno no la pase

$P(X = 0) = \binom{8}{0} 0,05^0 \cdot 0,95^8 = 0,6634$ mirando en la tabla

n	k	p									
		0.05	0.1	0.15	0.2	0.25	0.3	0.35	0.4	0.45	0.5
8	0	0.6634	0.4305	0.2725	0.1678	0.1001	0.0576	0.0319	0.0168	0.0084	0.0039
	1	0.2793	0.3826	0.3847	0.3355	0.2670	0.1977	0.1373	0.0896	0.0548	0.0313
	2	0.0515	0.1488	0.2376	0.2936	0.3115	0.2965	0.2587	0.2090	0.1569	0.1094
	3	0.0054	0.0331	0.0839	0.1468	0.2076	0.2541	0.2786	0.2787	0.2568	0.2188
	4	0.0004	0.0046	0.0185	0.0459	0.0865	0.1361	0.1875	0.2322	0.2627	0.2734

Respuesta: P(todos los restaurantes pasen la inspección) = 0,6634

b.3) Que al menos dos restaurantes pasen la inspección (2, 3, 4, 5, 6, 7 u 8 pasan la inspección) es lo mismo que 6 o menos no pasen la inspección (6, 5, 4, 3, 2, 1 o 0 no pasan la inspección).

Debemos calcular $P(X \leq 6)$. Usamos el suceso contrario para hacer el cálculo más sencillo.

$P(X \leq 6) = 1 - P(X > 6) = 1 - [P(X = 7) + P(X = 8)] = 1 - (0 + 0) = 1$

n	k	p									
		0.05	0.1	0.15	0.2	0.25	0.3	0.35	0.4	0.45	0.5
8	0	0.6634	0.4305	0.2725	0.1678	0.1001	0.0576	0.0319	0.0168	0.0084	0.0039
	1	0.2793	0.3826	0.3847	0.3355	0.2670	0.1977	0.1373	0.0896	0.0548	0.0313
	2	0.0515	0.1488	0.2376	0.2936	0.3115	0.2965	0.2587	0.2090	0.1569	0.1094
	7	0.0000	0.0000	0.0000	0.0001	0.0004	0.0012	0.0033	0.0079	0.0164	0.0313
	8	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0001	0.0002	0.0007	0.0017	0.0039

Respuesta: P(al menos 2 restaurantes pasen la inspección) = 1